

Gymnasium Melle
Leistungskurs Physik
Kursleiter: Herr Melching
Schuljahr 2002/03

Statische und dynamische Messung der Federrichtgröße

Ausgabetermin des Themas: 23.1.2002
Abgabetermin der Facharbeit: 6.3.2002

Nomen Nescio
Fernsehgasse 13
49324 Melle
Tel. (05422)2015

Bewertung der Arbeit

_____Punkte

Unterschrift des Schülers / der Schülerin

Unterschrift des Kursleiters / der Kursleiterin

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theoretische Vorüberlegungen	4
2.1	Definition der Federkonstanten	4
2.2	Berechnung aus statischer Messung	4
2.3	Berechnung aus dynamischer Messung	4
3	Experimentelle Vorüberlegungen	6
3.1	Versuch 1: Statische Messung	6
3.2	Versuch 2: Dynamische Messung	7
4	Versuchsdurchführung	7
4.1	Ergebnisse der statischen Messung	7
4.2	Ergebnisse der dynamischen Messung	8
5	Versuchsauswertung	9
5.1	Federkonstante aus statischer Messung	9
5.2	Federkonstante aus dynamischer Messung	10
6	Der Einfluss von Messfehlern	11
6.1	Genauigkeit bei statischer Messung	11
6.2	Genauigkeit bei dynamischer Messung	11
6.3	Ein systematischer Fehler bei dynamischer Messung	12
6.4	Verbesserung der dynamischen Messung	14
7	Resumee	15

Zusammenfassung

Die Federkonstante D wird statisch und dynamisch gemessen. Bei der statischen Messung werden unterschiedliche Gewichte angehängt und jeweils die Verlängerung gemessen. Bei der dynamischen Messung führt die Feder mit unterschiedlichen Massen Federschwingungen aus, deren Schwingungsdauer gemessen werden kann. Durch eine Diskussion der Messungenauigkeiten und eines systematischen Fehlers wird die Leistungsfähigkeit der beiden Verfahren relativiert.

1 Einleitung

Bei homogenen und isotropen¹ Körpern sind in bestimmten Grenzen Verzerrung und Belastung proportional². Dieses Gesetz wurde zuerst ausgesprochen von dem englischen Physiker Robert HOOKE (geboren am 18.7.1635 in Freshwater auf der Insel Wright, gestorben am 3.3.1703 in London)³. Belastet man die Körper über die Elastizitätsgrenze hinaus, kommt es zu plastischen Verzerrungen, hier bestehen keine linearen Beziehungen mehr zwischen Spannung und Dehnung⁴. Mithilfe des HOOKESchen Gesetzes kann die Verformung von Körpern unter Belastung berechnet werden. Als Verformungen kennt man in der Technik u.a. die Dehnung, die Kompression, die Scherung und die Torsion⁵.

Ein Sonderfall soll in dieser Arbeit näher betrachtet werden, die Dehnung einer Spiralfeder. Von anderen Einschränkungen abgesehen wird besonders darauf zu achten sein, die Elastizitätsgrenze nicht zu überschreiten.

Es soll nicht verkannt werden, dass solche Federn für den technischen Einsatz zwei wesentliche Nachteile mitbringen, dass nämlich der Übergang vom Federkörper zum Haken der stärksten Beanspruchung ausgesetzt ist, und dass sich die Kraftwirkung erst bei entsprechender Dehnung entfaltet, der Platzbedarf also groß ist. Beide Nachteile werden vermieden in modernen drillgewickelten Federn⁶.

¹[1] „nach allen Richtungen hin die gleichen Eigenschaften aufweisend“

²[2], S. 569, Artikel „HOOKESches Gesetz“

³[2], S. 569, Artikel „HOOKE, Robert“

⁴[2], S. 569, Artikel „HOOKESches Gesetz“

⁵[4], S. 175

⁶[5], S. 8

2 Theoretische Vorüberlegungen

2.1 Definition der Federkonstanten

Die „Härte“ einer Spiralfeder ist charakterisiert durch ihre Federkonstante D – auch Federrichtgröße, Richtgröße oder Direktionsgröße genannt –, die definiert ist als

$$D = \frac{F}{s} \quad ^7. \quad (1)$$

Dabei ist F die an der Feder angreifende Kraft und s die Strecke, um die die Feder auf Grund dieser Kraft verlängert wird. Für Federn, bei denen in einem eingeschränkten Bereich das HOOKEsche Gesetz gilt, ist D in diesem Bereich eine Konstante. Die Federkonstante hat die Einheit

$$[D] = 1 \frac{\text{N}}{\text{m}} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}. \quad (2)$$

2.2 Berechnung aus statischer Messung

Formel (1) kann direkt zur Berechnung herangezogen werden. Dabei ist zu beachten, dass es die angehängte Masse ist, die beim Versuch notiert wird. Aus dieser ist nach der Formel

$$F_G = m \cdot g \quad (3)$$

die auf die Feder wirkende Gewichtskraft zu berechnen. g ist dabei die Fallbeschleunigung mit dem Zahlenwert

$$g = 9,80665 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad ^8. \quad (4)$$

Man erhält aus den Formeln (1) und (3)

$$\boxed{D = \frac{m \cdot g}{s}}. \quad (5)$$

2.3 Berechnung aus dynamischer Messung

Ein Federpendel mit angehängter Masse nimmt von sich aus eine Ruhelage ein. Eine Entfernung aus der Ruhelage hat eine rückstellende Kraft zur Folge.

⁷[3], S. 62

⁸[3], S. 62

Diese Kraft F ist nach dem HOOKEschen Gesetz (1) der Auslenkung s proportional, der Proportionalitätsfaktor ist die Federkonstante D :

$$F \sim s \quad \text{bzw.} \quad F = D \cdot s. \quad (6)$$

Andererseits beschleunigt die Kraft die angehängte Masse m mit der Beschleunigung a gemäß der NEWTONschen Grundgleichung der Mechanik

$$F = m \cdot a = m \cdot \ddot{s}. \quad (7)$$

Diese selber ist aber nichts anderes als die zweite Ableitung der Auslenkung nach der Zeit. Dabei ist zusätzlich zu beachten, dass die Beschleunigung genau wie die rückstellende Kraft der Auslenkung entgegenwirkt. Gleichsetzen der rechten Seiten von (6) und (7) ergibt

$$m \cdot \ddot{s} = -D \cdot s, \quad (8)$$

$$\ddot{s} = -\frac{D}{m} \cdot s. \quad (9)$$

Eine Lösung für diese „Differentialgleichung der harmonischen Schwingung“ ist, wie man durch zweimaliges Ableiten leicht nachweist, die Funktion

$$s = A \cdot \sin \omega t; \quad (10)$$

Denn diese hat die Ableitungen

$$\dot{s} = A\omega \cos \omega t \quad \text{und} \quad (11)$$

$$\ddot{s} = -A\omega^2 \sin \omega t = -\omega^2 \cdot s. \quad (12)$$

Darin sind A und ω zunächst nur formale Parameter, bekommen aber im Zusammenhang mit Schwingungen eine physikalische Bedeutung als Amplitude A und Kreisfrequenz ω . Letztere hängt mit der Schwingungsdauer T zusammen gemäß der Beziehung

$$\omega = \frac{2\pi}{T}. \quad (13)$$

Der bei zweimaligem Ableiten von s hinzutretende Faktor ist nach Formel (9) D/m , nach Formel (12) ω^2 . Damit erhalten wir

$$\omega^2 = \frac{D}{m} \quad (14)$$

oder unter Berücksichtigung von Formel (13)

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{D}{m}. \quad (15)$$

Formt man diese Beziehung nach der Federkonstanten D um, so erhält man die gesuchte Beziehung

$$\boxed{D = \frac{4\pi^2 m}{T^2}}. \quad (16)$$

3 Experimentelle Vorüberlegungen

3.1 Versuch 1: Statische Messung

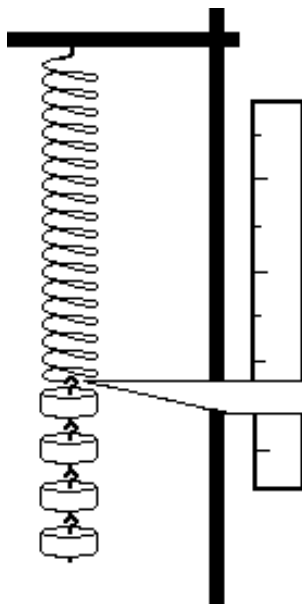


Abbildung 1: Versuchsaufbau zur statischen Messung

Zur statischen Messung der Federkonstanten wird die Feder mit dem einen Ende an einem Stativ befestigt, das andere Ende wird mit 50g-Stücken belastet. Die 50g-Stücke sind oben und unten mit einem Haken versehen, so dass die angehängte Masse in 50g-Schritten erhöht werden kann. Neben der Feder wird ein Maßstab mit Millimeterteilung angebracht. Auf diesem wird jeweils die Lage des unteren Federendes abgelesen. Ein verschiebbarer Metallwinkel ermöglicht dabei eine weitgehend parallaxenfreie Ablesung. Damit die Elastizitätsgrenze der Feder nicht erreicht wird, beschränkt man sich auf maximal zehn Massenstücke.

Zur Auswertung trägt man die Messpaare in ein Diagramm ein und sucht zu ihnen die Ausgleichsgerade.

3.2 Versuch 2: Dynamische Messung

Zur dynamischen Messung der Federkonstanten wird weitgehend derselbe Versuchsaufbau benutzt. Hier entfällt die Skala, dafür benötigt man eine Stoppuhr. Die Feder wird mit maximal fünf Massenstücken belastet. Man misst jedes Mal die Zeit für möglichst viele Schwingungen, um den Einfluss der Messfehler gering zu halten.

Auch hier sollen die verschiedenen Paare von Masse m und Schwingungsdauer T zum Ausgleich der unvermeidlichen Messungenauigkeiten herangezogen werden. Da hier nur fünf Messpaare vorliegen, war die ursprüngliche Idee, jedesmal eine Berechnung von D durchzuführen und anschließend zu mitteln. Nach Vorliegen der Daten wurde letztendlich anders verfahren (siehe Abschnitt 5.2).

4 Versuchsdurchführung

4.1 Ergebnisse der statischen Messung

$m/1 \text{ kg}$	$s/1 \text{ m}$
0,000	0,202
0,050	0,229
0,100	0,258
0,150	0,284
0,200	0,311
0,250	0,336
0,300	0,364
0,350	0,389
0,400	0,416
0,450	0,445
0,500	0,475

Tabelle 1: Ergebnisse der statischen Messung

Die Messungen konnten wie geplant durchgeführt werden. Sie ergaben die obenstehende Tabelle 1. Stellt man die Tabelle in einem Diagramm graphisch dar, so erhält man Abbildung 2. Wie man sieht, liegen alle Punkte recht ordentlich auf einer Geraden.

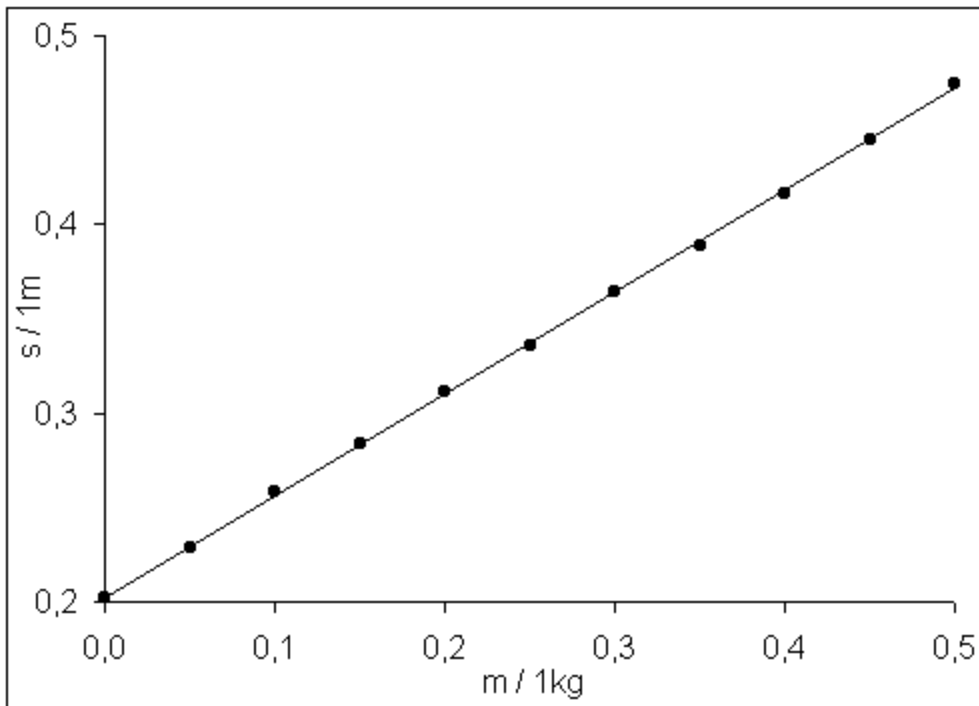


Abbildung 2: Ergebnisse der statischen Messung

4.2 Ergebnisse der dynamischen Messung

Bei der Versuchsdurchführung ergab sich die Notwendigkeit für einige weitere Vorsichtsmaßnahmen: Es bestand die Gefahr, dass das ganze Stativ die Schwingungsbewegung mitmacht und deshalb insgesamt als schwingendes System wirkte, mit unberechenbaren Konsequenzen für die Schwingungsdauer. Um dieser Gefahr zu begegnen, wurde das Stativ mit dem Experimentiertisch durch eine Zwingenmuffe fest verbunden, und das freie Ende der Stativstange wurde möglichst kurz gehalten. Ferner zeigte sich, dass die Federschwingung bald mit unkontrollierbaren Pendelbewegungen überlagert wurde, die eine Messung erschwerten wenn nicht gar verhinderten. Deshalb führten wir für jedes angehängte Massenstück dreimal eine Messung für jeweils zehn Schwingungen durch. Aus demselben Grund arbeiteten wir grundsätzlich mit einer kleinen Schwingungsamplitude von höchstens drei Zentimetern. Aus den insgesamt 30 Schwingungen lässt sich für jede angehängte Masse eine mittlere Schwingungsdauer \bar{T} berechnen, die dann die Berechnung der Federkonstanten gestattet.

Zu beachten ist hier eine weitere Fehlerquelle: um zehn volle Schwingungen

zu stoppen, ist beim Starten der Stoppuhr der Zählvorgang mit „null“ und nicht mit „eins“ zu beginnen.

Die Versuchsergebnisse sind in Tabelle 2 zusammengestellt. Beruhigend ist die offensichtliche Reproduzierbarkeit, die bei ein und derselben schwingenden Masse gemessenen Zeiten für je zehn Schwingungen unterscheiden sich um maximal 0,1 s.

m/kg	$10 \cdot T_1/\text{s}$	$10 \cdot T_2/\text{s}$	$10 \cdot T_3/\text{s}$
0,050	3,53	3,50	3,47
0,100	4,75	4,78	4,82
0,150	5,81	5,84	5,78
0,200	6,62	6,69	6,72
0,250	7,38	7,38	7,41

Tabelle 2: Dynamische Messung

5 Versuchsauswertung

5.1 Federkonstante aus statischer Messung

Wie man am Diagramm erkennt, liegen das erste und das drittletzte Wertepaar sehr genau auf der Ausgleichsgeraden. Ich benutze demgemäß zur Berechnung die Paare (0,000 kg | 0,202 m) und (0,400 kg | 0,416 m). Zur angehängten Masse 0,400 kg gehört also die Auslenkung 0,214 m. Mit diesen Werten und Formel (5) und erhalte ich

$$D = \frac{0,400 \text{ kg} \cdot 9,80665 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0,214 \text{ m}}. \quad (17)$$

$$\boxed{D = 18,33 \frac{\text{N}}{\text{m}}}. \quad (18)$$

5.2 Federkonstante aus dynamischer Messung

Man berechnet zunächst die Schwingungsdauer \bar{T} durch Mittelung der Messergebnisse (vgl. Tabelle 2):

$$\bar{T} = \frac{10T_1 + 10T_2 + 10T_3}{30}. \quad (19)$$

Für die erste Tabellenzeile ergibt das

$$\bar{T} = 0,350 \text{ s}. \quad (20)$$

Dies wird eingesetzt in Formel (16) und ergibt

$$D = \frac{4\pi^2 \cdot 0,050 \text{ kg}}{(0,350 \text{ s})^2}, \quad (21)$$

$$D = 16,114 \frac{\text{N}}{\text{m}}. \quad (22)$$

Die weiteren Tabellenzeilen ergeben sich analog.

$m/1 \text{ kg}$	$\bar{T}/1 \text{ s}$	$D/1\text{Nm}^{-1}$
0,050	0,350	16,114
0,100	0,478	17,254
0,150	0,581	17,543
0,200	0,668	17,712
0,250	0,739	18,072

Tabelle 3: Federkonstante aus dynamischer Messung

Es fällt auf, dass die Werte mit zunehmendem m monoton wachsen. Das ist wohl ein Indiz für einen systematischen Fehler, der noch zu untersuchen sein wird. Es ist anzunehmen, dass die Werte für D bei größeren Massen noch größer ausfallen würden. Deshalb erscheint eine Mittelwertbildung hier nicht angezeigt. Ich beschränke mich vorläufig darauf, die letzte Tabellenzeile zur Berechnung heranzuziehen:

$$\boxed{D = 18,07 \frac{\text{N}}{\text{m}}}. \quad (23)$$

6 Der Einfluss von Messfehlern

6.1 Genauigkeit bei statischer Messung

Die in Formel (5) eingehenden Größen sind mit Ungenauigkeiten behaftet, die jetzt abgeschätzt werden sollen. Der Literaturwert für die Fallbeschleunigung g ist sicher recht exakt ermittelt, allerdings weist der tatsächliche Wert lokale Abweichungen auf. Da der exakte Wert für den Versuchsort (Melle) nicht bekannt ist, sei der Fehler mit $\Delta g = 0,005 \text{ m/s}^2$ angenommen.

Massen können sehr genau bestimmt und ebenso genau hergestellt werden. Es erscheint deshalb sinnvoll, hier von der kleinen Ungenauigkeit von $\Delta m = 0,1 \text{ g}$ auszugehen. Die Lage des Federendes konnte auf einen Millimeter genau abgelesen werden. Da hier aber bereits durch die Ausgleichsgerade ein Fehlerausgleich vorgenommen wurde, nehme ich an, dass der Unterschied zwischen Anfangs- und Endwert nur noch mit der Ungenauigkeit $\Delta s = 0,5 \text{ mm}$ behaftet ist.

Mit diesen Werten ergeben sich, vorsichtig gerechnet, folgender Kleinst- und Größtwert:

$$D_{min} = \frac{(0,400 - 0,0001) \text{ kg} \cdot (9,80665 - 0,005) \text{ ms}^{-2}}{(0,214 + 0,0005) \text{ m}} = 18,27 \frac{\text{N}}{\text{m}}, \quad (24)$$

$$D_{max} = \frac{(0,400 + 0,0001) \text{ kg} \cdot (9,80665 + 0,005) \text{ ms}^{-2}}{(0,214 - 0,0005) \text{ m}} = 18,39 \frac{\text{N}}{\text{m}}, \quad (25)$$

und wir erhalten für die statische Messung das Ergebnis

$$\boxed{D = (18,33 \pm 0,06) \frac{\text{N}}{\text{m}}}. \quad (26)$$

Damit beträgt der relative Fehler weniger als 0,4 %.

6.2 Genauigkeit bei dynamischer Messung

Das Ergebnis der dynamischen Messung wurde anhand der letzten Tabellenzeile gebildet. Ich führe die Fehleranalyse ebenfalls an der letzten Tabellenzeile durch. Für die Masse rechnen wir wieder mit einer Ungenauigkeit $\Delta m = 0,1 \text{ g}$.

Wenn man Zeiten von Hand stoppt, ist mit einer Ungenauigkeit von 0,1 s zu rechnen. Dabei wird unterstellt, dass man am Anfang und Ende des Stoppvorgangs den Fehler eher in derselben als in entgegengesetzter Richtung macht.

Da jede Messung dreimal ausgeführt wird, ist der Gesamtfehler eher kleiner als größer. Jede Messung misst zehn Schwingungen, das bedeutet für die einzelne Schwingungsdauer einen maximalen Fehler $\Delta T = 0,01$ s.

Mit diesen Werten ergeben sich, vorsichtig gerechnet, folgender Kleinst- und Größtwert:

$$D_{min} = \frac{4\pi^2 \cdot (0,250 - 0,001) \text{ kg}}{((0,739 + 0,01) \text{ s})^2} = 17,58 \frac{\text{N}}{\text{m}}, \quad (27)$$

$$D_{max} = \frac{4\pi^2 \cdot (0,250 + 0,001) \text{ kg}}{((0,739 - 0,01) \text{ s})^2} = 18,58 \frac{\text{N}}{\text{m}}, \quad (28)$$

und wir erhalten als Ergebnis der dynamischen Messung

$$\boxed{D = (18,08 \pm 0,5) \frac{\text{N}}{\text{m}}}. \quad (29)$$

Hier beträgt der relative Fehler ca. 2,7 %.

Offenbar ist die dynamische Messung um vieles ungenauer als die statische Messung, der relative Fehler ist hier über siebenmal so groß. Diese Aussage gilt tendenziell nicht nur für die in der letzten Zeile von Tabelle 3 wiedergegebenen Werte. Bei den anderen Zeilen ist der Fehler wegen der kleineren Messwerte vermutlich noch größer. Ich verzichte deshalb darauf, aus statischer und dynamischer Messung einen Mittelwert zu bilden.

6.3 Ein systematischer Fehler bei dynamischer Messung

Formel (16) zeigt, dass zwar nicht zwischen Masse m und Schwingungsdauer T , wohl aber zwischen m und T^2 ein proportionaler Zusammenhang besteht,

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{D} \cdot m. \quad (30)$$

Stellt man diesen Zusammenhang für die Messwerte graphisch dar, so erhält man eine Gerade (Abbildung 3). Aber diese Gerade geht nicht genau durch den Punkt $(0 \text{ kg} \mid 0 \text{ s}^2)$. Wie kommt das? Die in Abschnitt 2.3 hergeleitete Theorie der Federschwingung idealisiert die Verhältnisse insofern, als sie die schwingende Masse vollständig in der angehängten, zahlenmäßig erfassbaren Masse realisiert sieht. Aber die Feder selbst ist ja mit ihrer Masse ebenfalls an der Schwingung beteiligt, auf eine Weise, die mit den einfachen Gleichungen nicht in den Griff zu kriegen ist, die aber offenbar nicht vernachlässigt werden kann. Das bedeutet, dass selbst ohne angehängte Masse schon eine schwingende Masse vorhanden

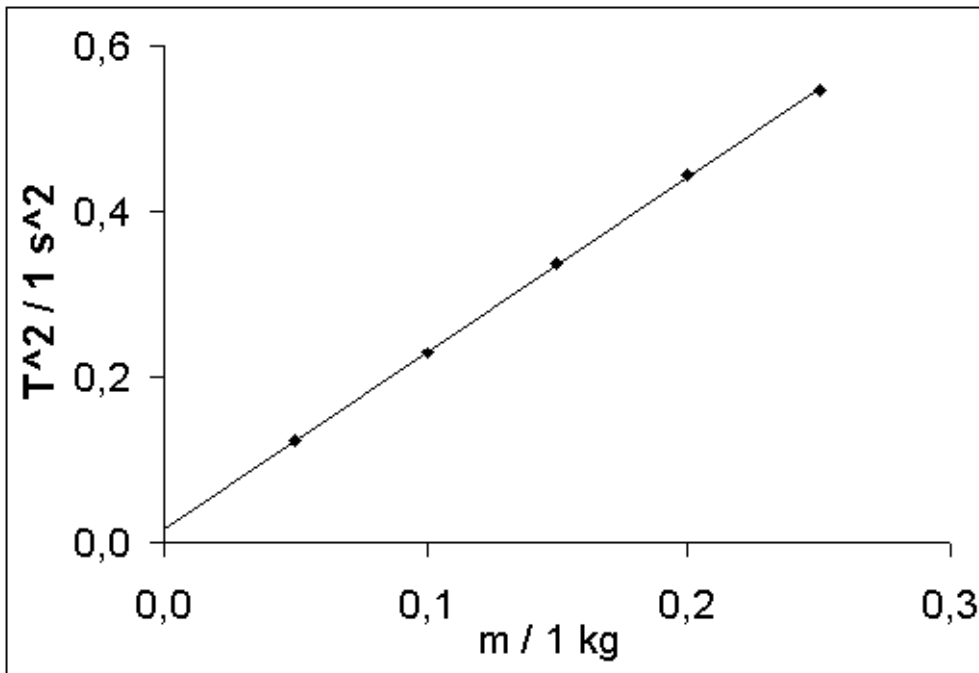


Abbildung 3: T^2 in Abhängigkeit von m

ist, mit der Folge einer kleinen, aber nachweisbaren Schwingungsdauer. Deshalb gehört zur angehängten Masse 0 nicht die Schwingungsdauer 0.

Man kann diesen Fehler dadurch berücksichtigen, dass man in der Formel (16) statt von den absolut gemessenen Werten von Wertdifferenzen ausgeht,

$$D = \frac{4\pi^2 \cdot \Delta m}{\Delta T^2}. \quad (31)$$

Zur Differenzbildung zieht man das erste und das letzte Wertepaar heran, die beide recht gut auf der in Abbildung 3 erkennbaren Geraden liegen.

$$D = \frac{4\pi^2 \cdot ((0,250 - 0,050) \text{ kg})}{(0,739 \text{ s})^2 - (0,350 \text{ s})^2} = 18,64 \frac{\text{N}}{\text{m}}. \quad (32)$$

Übernimmt man ohne neuerliche Fehleranalyse den Fehler aus Abschnitt 6.2, so erhält man als neues Ergebnis des dynamischen Versuches

$$\boxed{D = (18,64 \pm 0,5) \frac{\text{N}}{\text{m}}}. \quad (33)$$

Das Ergebnis ist damit natürlich immer noch so ungenau wie zuvor. Der Fehlerbereich der dynamischen Messung umschließt den Fehlerbereich für die statische Messung. (Das tat er übrigens auch schon in der unkorrigierten Fassung

aus Abschnitt 6.2) Da das Ergebnis der statischen Messung soviel genauer ist, verzichte ich drauf, die Ergebnisse aus statischer und dynamischer Messung in einem Mittelwert zusammenzufassen. Das zuverlässigste Ergebnis ist offenbar der in Gleichung (26) wiedergegebene Wert.

6.4 Verbesserung der dynamischen Messung

Während die statische Messung mit einem relativen Fehler von unter 0,4 % für das Schullabor schon eine akzeptable Genauigkeit aufweist, erscheint die dynamische Messung verbesserungsbedürftig.

Den entscheidenden Einfluss hat in diesem Zusammenhang die Messung der Schwingungsdauer T . Während die Massenangaben mit einem Fehler in der Größenordnung von 0,1 % behaftet sind, beträgt der Fehler beim T ca. 2 % beim T^2 - wegen $1,02^2 \approx 1,04$ - sogar 4 %. Hier liegt also die entscheidende Ursache für den gewaltigen Gesamtfehler.

Eine Verbesserung der Zeitmessung könnte so vor sich gehen, dass man die Anzahl der in einer Messung gestoppten Schwingungen erhöht. Könnte man jedesmal einhundert statt nur zehn Schwingungen stoppen, und das bei einem unveränderten Messfehler von 0,1 s, so würden sich der absolute und damit auch der relative Fehler des T auf 1/10 des ursprünglichen Fehlers reduzieren.

Leider ist diese Maßnahme unter den gewählten Versuchsbedingungen nicht durchführbar. Wie schon in Abschnitt 3.2 bemerkt war die Beschränkung auf jeweils zehn Schwingungen notwendig, weil die Feder bald danach in unkontrollierte seitliche Bewegungen gerät. Dies würde noch verstärkt, wenn man wegen der unvermeidlichen Dämpfung mit einer größeren Anfangsauslenkung arbeiten müsste.

Eine Verbesserung der dynamischen Messung erscheint also bei diesem Versuchsaufbau nicht möglich.

7 Resumee

Die statische und die dynamische Messung der Federrichtgröße D ergeben übereinstimmende Werte. Das Ergebnis der statischen Messung ist laut Gleichung (26)

$$\boxed{D = (18,33 \pm 0,06) \frac{\text{N}}{\text{m}}}. \quad (34)$$

Das Ergebnis der dynamischen Messung ist laut Gleichung (33)

$$\boxed{D = (18,64 \pm 0,5) \frac{\text{N}}{\text{m}}}. \quad (35)$$

Der relative Fehler beträgt für das Ergebnis der statischen Messung knapp 0,4%, für das Ergebnis der dynamischen Messung ca. 2,7%. Obwohl die statische Messung zeitaufwändiger ist, liefert sie das schlechtere Ergebnis.

Literatur

- [1] Dudenredaktion, Der kleine Duden Fremdwörterbuch, Dudenverlag, Mannheim-Wien-Zürich 1991, ISBN 3-411-04673-2
- [2] Franke-Stuttgart, H., (Hrsg.), Lexikon der Physik, Band I - A-K, 2. Auflage, Franckh'sche Verlagshandlung, Stuttgart 1959
- [3] Höfling, Oskar, Physik, Formeln und Einheiten, Aulis Verlag Deubner & Co, Köln 1981, ISBN 3-7614-0314-3
- [4] Kuchling, Horst, Taschenbuch der Physik, Fachbuchverlag Leipzig, Leipzig 1991, ISBN 3-343-00759-5
- [5] Schmidt, Werner, Physikaufgaben - Beispiele aus der modernen Arbeitswelt, Ernst Klett Verlag, Stuttgart 1987, ISBN 3-12-770190-X

Schülererklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich diese Facharbeit selbständig angefertigt, keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel benutzt und die Stellen der Facharbeit, die im Wortlaut oder im wesentlichen Inhalt aus anderen Werken entnommen wurden, mit genauer Quellenangabe kenntlich gemacht habe.

Ort, Datum

Unterschrift des Schülers/ der Schülerin

Einverständniserklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich damit einverstanden bin, wenn die von mir verfasste Facharbeit der schulinternen Öffentlichkeit zugänglich gemacht wird.

Ort, Datum

Unterschrift des Schülers/ der Schülerin