

Formulierung von Standards, Fähigkeiten und Fertigkeiten als Voraussetzung für eine erfolgreiche Mitarbeit im Fach Mathematik am Gymnasium

Eine erfolgreiche Mitarbeit im Fach Mathematik erfordert entgegen weitverbreiteter Ansicht keine besondere mathematische Begabung. Allerdings hat das Fach einige spezifische Denk- und Arbeitsweisen entwickelt, auf die man sich für eine erfolgreiche Mitarbeit einlassen muss.

Wenn wir vom Teilgebiet der klassischen Geometrie absehen, hat es die Schulmathematik durchgängig mit Quantifizierungen, Zahlenwerten, zahlenmäßig erfassbaren Zusammenhängen zu tun. Diese werden zwar in der Regel an konkreten Fragestellungen entwickelt. Im Weiteren werden sie aber so weit ausgebildet, dass sie sich vom konkreten Anlass lösen. Am Ende sollen sie dann als abstrakte Denkmuster präsent sein.

Dieser Vorgang bewusster oder unbewusster Abstraktion muss aufgegriffen werden, will man sich mit mathematischen Gedankengängen auseinandersetzen. Und es muss die Fähigkeit hinzutreten, in konkreten neuen Situationen Anwendungsfälle für die erworbenen Kenntnisse wiederzuerkennen - auch in Fällen, bei denen eine unmittelbare Verwandtschaft mit Vorgegangenem nicht ins Auge springt.

Das Wechselspiel von Abstraktion und Struktur(wieder)erkennung ist durchgängig für weite Teile der Mathematik charakteristisch. Wir finden es bei der Entwicklung des kindlichen Zahlbegriffs, wenn man vom Zählen konkreter Gegenstände zum Zählen an sich weiterschreitet und schließlich das Zählen auf Ereignisse, Zeiträume oder sogar auf das Aufzählen von Argumenten überträgt.

Wir finden es wieder, wenn aus konkreten Erfahrungen, aus Hinzufügen und Wegnehmen, aus mehrfachem Hinzufügen und gerechtem Aufteilen die Grundrechenarten erwachsen, diese sich in Rechengesetzen verdichten, welche sich schließlich im Sinne des Permanenzprinzips („gute Gesetze soll man nicht wegwerfen“) auch für „neue“ Zahlen, negative oder gebrochene Zahlen, als tragfähig erweisen.

Wir finden es nochmals, wenn man anfängt, Zahlen zu benutzen, um sich Chancen auszurechnen oder Gefahren einzuschätzen, kurz: mit Wahrscheinlichkeiten zu operieren. Und wenn es auch ein weiter Weg ist vom Glücksspiel zur Demoskopie, eines führt dennoch zum anderen - der Weg ist die Mathematik.

Voraussetzung für eine erfolgreiche Mitarbeit im Fach Mathematik ist es, diesen Weg mitzugehen. Das erfordert, sich auf die Analyse immer wieder andersartiger Probleme einzulassen; mit Neugier, Phantasie und Erstaunen an solche Situationen heranzugehen, auch wenn sie sich eine zeitlang als ausgesprochen widerspenstig erweisen; sich von ersten Misserfolgen nicht entmutigen zu lassen, sondern beharrlich am Ball zu bleiben auch und gerade dort, wo einfache Lösungen nicht in Sicht sind.

Löst sich die Struktur vom konkreten Bezug, ist die Bereitschaft gefragt, sich vom Wunsch nach unmittelbarer Nützlichkeit freizumachen und, wo es erforderlich ist, dieses zweckfreie Spiel mit Strukturen, Gesetzmäßigkeiten und Bezügen aufzugreifen. Für die Einübung in das mächtige Werkzeug Mathematik ist unverzichtbar, zumindest stellenweise tieferen Zusammenhängen nachzugehen und übergreifende Ordnungsprinzipien zu erkennen, nicht zuletzt aber auch der Erwerb von Routine.

Wenn gerade der Anwendungsbezug der Mathematik von den Schülerinnen und Schülern immer wieder gesucht und gefordert wird („Wozu braucht man das?“), erweist sich dieser, sobald er den Bereich trivialer Anwendungen verlässt, oft als recht sperrig. Mathematik ist eben nicht eine Sammlung einfacher Rezepte für einfache Fragen, deshalb darf sie so auch nicht missverstanden werden. Sie erweist ihre Kraft erst dort richtig, wo wir ohne sie nicht weiterkommen. Um ein Haus zu bauen, reicht ein Hammer allein nicht aus. Die verschiedenen Werkzeuge sinnvoll einzusetzen, geht nur, wenn man sie kennt, wenn man mit ihnen vertraut ist, wenn man ihre Leistungsfähigkeit und ihre Grenzen abschätzen kann. Diese Erfahrung gewinnt man nur im geduldigen Umgang mit Mathematik, im Aushalten von Irrtümern und Misserfolgen, in der Einsicht, dass es hier nicht um richtig oder falsch, sondern nur um mehr oder weniger tauglich, angemessen, effektiv gehen kann.

Die erfolgreiche Mitarbeit im Mathematikunterricht ist weniger eine Frage von mathematischer Begabung - eine generelle Eignung für das Gymnasium vorausgesetzt - , als vielmehr eine Frage von bestimmten Haltungen: von der

Bereitschaft, sich einzulassen, vom Willen, durchzuhalten, von der Erkenntnis, dass eine sinnvolle Nutzung des Potenzials unmöglich ist, wenn man sich nur die Rosinen herauszupicken versucht, und von der Geduld, auch und gerade das Schwierige sich anzueignen. *Quod erat demonstrandum.*

Anhang 1:

Aus den Rahmenrichtlinien für das Gymnasium, Schuljahrgänge 7 - 10, Mathematik, 2003, (Seite 6)

Die Schülerinnen und Schüler sollen elementare Fertigkeiten und ein mathematisches Grundwissen entwickeln und flexibel und intelligent nutzen können. Dazu sollen sie

- mathematische Sachverhalte und Verfahren in angemessener Fachsprache wiedergeben, erläutern und konkretisieren;
- unterschiedlich dargestellten Sachverhalten mathematische Informationen entnehmen und mathematische Sachverhalte in geeignete Darstellungsformen übertragen;
- Regeln und Algorithmen in konkreten Situationen angemessen anwenden;
- elektronische Medien als integralen Bestandteil des Unterrichts zielgerichtet nutzen;
- Formeln und Rechenergebnisse einerseits in angemessenem Umfang vertrauen, andererseits ihnen zugleich auch eine „gesunde Skepsis“ entgegenbringen.

Darüber hinaus sollen die Schülerinnen und Schüler im Mathematikunterricht Einstellungen, Verhaltensweisen und Haltungen weiter entwickeln, indem sie

- Freude am eigenständigen Experimentieren mit mathematischen Materialien empfinden;

- ich den Anforderungen und Beschwerden geistiger Prozesse stellen;
- präzise formulieren, folgerichtig darstellen und verständlich erläutern;
- rational argumentieren,
- sachlich kritisieren und sachliche Kritik annehmen;
- neugierig sein auf mathematische Zusammenhänge, Fragestellungen und Probleme;
- Möglichkeiten und Grenzen der Anwendbarkeit fachspezifischer Methoden erkennen und akzeptieren;
- in einer Gruppe kooperativ mitarbeiten und dabei Verantwortung übernehmen.

Anhang 2:

Aus den Rahmenrichtlinien für das Gymnasium, Schuljahrgänge 7 - 10, Mathematik, 2003, (Seite 36, über Mitarbeit im Unterricht)

Zur Beurteilung können unter anderem dienen:

- Die Beiträge zum Unterricht mit den möglichen Bewertungsgesichtspunkten
 - Einbringen kreativer Ideen,
 - Einbinden von Lösungsideen,
 - Finden von Beispielen/Gegenbeispielen,
 - Verständliches und präzises Darstellen,
 - Sinnvolles Umgehen mit technischen Hilfsmitteln,
 - Zielgerichtetes Beschaffen von Informationen,
 - konstruktives Umgehen mit Fehlern,
 - fehlerfreies Anwenden geübter Fertigkeiten,

- Kommunikationsfähigkeit,
- Planen und Koordinieren der Arbeit in einer Gruppe;
- Das Anfertigen und Erläutern von Hausaufgaben mit den möglichen
 - Bewertungsgesichtspunkten:
 - Regelmäßiges Anfertigen der Hausaufgaben,
 - Vollständigkeit und Form der Ausarbeitung,
 - Verständliches Vortragen der Lösungswege,
 - Belegen von Schwierigkeiten bei ungelösten Aufgaben,
 - Sachgerechtes Einbringen von Lösungen bei unterrichtsvorbereitenden Aufgaben,
 - Übernehmen und Anfertigen von individuellen Aufgaben;
- Andere Aufgaben (z. B. Kurzreferate, Nachschlagen historischer Einordnungen, kleine Beweise, Anfertigen von Modellen, Erstellen von Computerprogrammen, Durchführen von Befragungen, Beschaffen von Informationen) mit den möglichen Bewertungsgesichtspunkten:
 - Verlässlichkeit und Gründlichkeit der Informationsbeschaffung,
 - Vollständigkeit und Form,
 - Verständlichkeit und Richtigkeit der Darstellung,
 - Sachgerechtes Antworten auf Rückfragen,
 - Souveränität im Fachgespräch.

Anhang 3:

Aus der Kommission 2004, Teilgruppe Pädagogische Integration (Sitzung vom 7.10.2003)

Die Arbeit an der Grundschule erfolgt genau wie am Gymnasium nach gesetzlichen Rahmenbedingungen. Diese Rahmenbedingungen sind so aufeinander

abgestimmt, dass ein Übergang erleichtert wird. Das Gymnasium wird die Schüler dort abholen, wo die Grundschule sie hingeführt hat. Besondere gymnasiale Anforderungen und Arbeitsweisen werden den Schülern im Laufe ihrer Gymnasialzeit vermittelt und nicht schon am Anfang vorausgesetzt. Vorausgesetzt werden muss allerdings, dass die Kinder grundsätzlich die Fähigkeit haben, diese Anforderungen und Arbeitsweisen aufzunehmen und mit dem Lernfortschritt der Klasse Schritt zu halten.

(Eigenschaften, die eine erfolgreiche Mitarbeit erwarten lassen:) Freude am Lernen, Ausdauer bei der Bewältigung von Aufgaben, Sorgfalt in ihrer Ausführung, die Fähigkeit, sich mündlich und schriftlich angemessen zu äußern, altersgemäß natürlich, aber altersgemäß anspruchsvoll, die Fähigkeit, einzuteilen und zusammenzufügen, nicht nur Dinge, sondern auch Gedanken, folgerichtiges Denken (um den anspruchsvollen Terminus 'logisches Denken' vorerst zu vermeiden), die vollständige Erledigung der gestellten Aufgaben in angemessener Zeit, die Bereitschaft, für eine Sache, die es wert ist, Zeit zu opfern, ein stabiles (!) außerschulisches Interesse oder Hobby.

Das Gymnasium erwartet regelmäßige und vollständige Erledigung der Hausaufgaben. Ihr Umfang ist durch Erlass vorgegeben, er beträgt in Klasse 5 und 6 höchstens eine Stunde täglich, in Klasse 7 bis 10 höchstens zwei Stunden täglich. Die angegebenen Werte sind Richtwerte, sie sollen sich langfristig so einpendeln, ein kurzfristiges Abweichen ist möglich. Das Gymnasium wird nicht umhin können, zur Erreichung seiner Ziele diesen Zeitrahmen weitgehend auszuschöpfen.

Das Gymnasium möchte seine Schüler zu selbständigem Arbeiten anleiten. Die Bereitschaft, sich darauf einzulassen, müssen die Schüler mitbringen. Nur wenn sie das auch tun, werden sie das Ziel erreichen können. Das Gymnasium möchte den Schülern die Fähigkeit vermitteln, sich zu anspruchsvollen, auch komplexen Themen sprachlich angemessen zu äußern. Wem so etwas zuwider ist, für den wird seine Schullaufbahn lang und quälend. Das Gymnasium möchte seine Schüler zu abstrahierendem Denken führen. Der Weg dahin ist manchmal mühevoll, nicht frei von Rückschlägen und Fehlversuchen. Das muss man aushalten können. Und am Ende sollen die Schüler über einen Fundus an fachlichen Kenntnissen und Fähigkeiten verfügen, auf dem sie weiteres Lernen aufbauen können. Dieses verfügbare Wissen ist eben nicht das Wissen, das man kurz vor einer Arbeit einpakt und danach wieder vergisst.